

Заочна олімпіада Мудрамакітра - 2020

2 курс

1. У квадраті $ABCD$ на стороні BC взята точка E , на стороні CD — точки K і M , на стороні AD — точка H . При цьому $CE = CK$, $DM = DH$. Доведіть, що навколо чотирикутника, утвореного перетином кутів HBM і EAK , можна описати коло.

2. У двох хуліганів є підручник, в якому 300 сторінок, занумерованих по порядку від 1 до 300 (всього 150 аркушів). Вони грають, по черзі вириваючи з підручника по одному аркушу і забираючи його собі. Ціль того, хто вириває аркуш першим, — отримати число 100 у вигляді суми непарних номерів усіх, або частини взятих собі аркушів. Ціль другого гравця — отримати число 100 у вигляді суми парних номерів усіх, або частини взятих собі аркушів. Виграє той, хто першим досягне своєї мети. Хто з хуліганів може виграти, як би не грав суперник?

3. Додатні числа x, y, z такі, що $x + y = (y + z)^2$, $y + z = (x + z)^2$, $x + z = (x + y)^2$. Знайдіть ці числа.

4. Розв'яжіть рівняння в натуральних числах: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2021}$.

5. Тарас Дмитрович запросив у літню математичну школу "Мудрамакітра" 28 учителів. Всі вони домовились зіграти в камінь-ножиці-папір, причому з одним і тим самим суперником можна грати лише 1 раз. Виявилось, що кількість ігор для кожного з 28 колег Тараса Дмитровича — різна. У скількох іграх буде брати участь сам Тарас Дмитрович?

Правила оформлення конкурсних робіт.

Конкурсну роботу потрібно надіслати за адресою mudramakitra@ukr.net. Обов'язкове виконання наступних умов:

- роботу треба оформити у текстовому редакторі "Microsoft Word" 12 шрифтом Times New Roman (одним файлом) або у системі розмітки L^AT_EX (шаблон тексту олімпіади з математики за кожний курс можна скачати зі сторінки заочної олімпіади);

- розв'язання кожної задачі починати з нового аркушу;
- назва листа — "Заочна олімпіада Мудрамакітра-2020";
- назва вкладеного документу з розв'язаннями — Ваше прізвище, ім'я, школа та курс, за який ви написали олімпіаду (наприклад: Петренко Петро, школа №1, 3 курс). Нічого іншого в назві вкладеного файлу бути не повинно!

- Перед розв'язанням кожної задачі мають бути записані її номер та умова.
- Розв'язання потрібно писати *зрозуміло, чітко, детально*. Всі позначення, які зустрічаються на кресленнях, повинні бути поясненими (введеними) в тексті розв'язання.
- Усі твердження, які використовуються в розв'язанні, *мають бути обґрунтованими*. Навіть правильна відповідь без пояснення, як вона була одержана, оцінюється набагато нижче!

Надсилати до 15 травня.