

# Заочна олімпіада Мудрамакітра - 2019

## 3 курс

1. Яке з чисел більше  $2^{997}$  чи  $\underbrace{11\dots1}_{300}$ .
2. Знайдіть всі значення  $x$ , для яких виконується рівність:  $9^x + 4^x + 1 = 6^x + 3^x + 2^x$ .
3. Нехай числа  $a$  і  $b$  такі, що число  $\frac{a+1}{b} + \frac{b+1}{a}$  є цілим. Доведіть, що найбільший спільний дільник чисел  $a$  та  $b$  не перевищує  $\sqrt{a+b}$ .
4. Чи існує така компанія людей, де кожен знайомий з п'ятьма іншими, а у будь-яких двох людей рівно два спільних знайомих?
5. В рівносторонньому трикутнику  $ABC$  на сторонах  $AB$  і  $BC$  взяті точки  $M$  і  $N$  відповідно, так що пряма  $AC$  паралельна  $MN$ . Точка  $D$  — центр правильного трикутника  $NMB$ , точка  $K$  — середина відрізка  $AN$ . Знайдіть кути трикутника  $DKC$ .

### Правила оформлення конкурсних робіт.

Конкурсну роботу потрібно надіслати за адресою [mudramakitra@ukr.net](mailto:mudramakitra@ukr.net). Обов'язкове виконання наступних умов:

- роботу треба написати у текстовому редакторі "Microsoft Word" 12 шрифтом Times New Roman (одним файлом);
- розв'язання кожної задачі починати з нового аркушу;
- назва листа — "Заочна олімпіада Мудрамакітра-2019";
- назва вкладеного документу з розв'язаннями — Ваше прізвище, ім'я, школа та курс, за який ви написали олімпіаду (наприклад: Петренко Петро, школа №1, III курс). Нічого іншого в назві вкладеного файлу бути не повинно!
- Перед розв'язанням кожної задачі мають бути записані її номер та умова.
- Розв'язання потрібно писати *зрозуміло, чітко, детально*. Всі позначення, які зустрічаються на кресленнях, повинні бути поясненими (введеними) в тексті розв'язання.
- Усі твердження, які використовуються в розв'язанні, *мають бути обґрунтованими*. Навіть правильна відповідь без пояснення, як вона була одержана, оцінюється набагато нижче!

**Надсилати до 19 травня.**